

Planificación de la producción con descuentos

Una empresa se dedica a la producción de pequeño material de ferretería. En concreto fabrica tres artículos: tornillos, tuercas y arandelas. Los productos deben pasar por tres departamentos: fresado, pulido y empaquetado, cuyas horas disponibles mensuales son de 1500, 1800 y 1000 respectivamente.

Los tiempos necesarios para fabricar cada uno de los productos se recogen en la tabla inferior (horas trabajadas en cada departamento para elaborar 1000 unidades de cada artículo). Además, se sabe que el precio de venta de cada uno de ellos es de 36 €, 28 € y 30 € (por cada 1000 unidades).

	Tornillos	Tuercas	Arandelas
Fresado	2	1	2
Moldeado	2	4	1
Empaquetado	1	2	3

También se sabe que los costes de una hora de trabajo en cada departamento son 2 um, 1 um y 2 um respectivamente. Además, la distribución de los productos tiene asociados unos costes de transporte, que dependen de la cantidad transportada: por debajo de 100 unidades los precios de transportar un lote de 1000 tornillos, tuercas o arandelas son 4 um, 6 um y 4 um respectivamente. A partir de 100 unidades, el coste de transporte disminuye en un 20%.

1. ¿Cuál es la producción mensual óptima si deseamos maximizar el beneficio de la empresa?
2. Supongamos que existen también unos costes fijos de 1000 € por la producción de cada uno de los tres artículos ¿Cuál es la nueva solución?
3. Sobre la solución del primer apartado, consideremos ahora que la empresa recibe una bonificación de 3500 € si produce al menos 100 unidades de cada uno de sus productos. Obtener la nueva solución

Modelización de los costes de distribución

Sean x_i las unidades producidas de cada artículo, c_{i1} el coste unitario de transportar una cantidad inferior a 100 unidades y c_{i2} el coste unitario de transportar más de 100 unidades.

El coste asociado a la distribución de x_i unidades se puede expresar como:

$$C_i(x_i) = \begin{cases} c_{i1}x_i & \text{si } x_i < 100 \\ c_{i2}x_i & \text{si } x_i \geq 100 \end{cases}$$

Que se puede transformar en $C_i(x_i) = c_{i1}x_{i1} + c_{i2}x_{i2}$, siendo $x_i = x_{i1} + x_{i2}$ y

$$\begin{cases} x_{i2} = 0 & \text{si } x_i < 100 \\ x_{i1} = 0 & \text{si } x_i \geq 100 \end{cases}$$

Definimos una variable binaria:

$$y_i = \begin{cases} 0 & \text{si } x_i < 100 \\ 1 & \text{si } x_i \geq 100 \end{cases}$$

Y la modelización queda:

$$C_i(x_i) = c_{i1}x_{i1} + c_{i2}x_{i2}$$

$$x_i = x_{i1} + x_{i2}$$

$$0 \leq x_{i1} \leq 100(1 - y_i)$$

$$100y_i \leq x_{i2} \leq My_i$$

$$y_i \text{ bin}$$