Problema de distribución multiproducto

Consideremos varias mercancías que se producen en diferentes plantas con capacidades de producción conocidas. Existe una demanda conocida de cada una de las mercancías en diferentes zonas de clientes. Esta demanda se satisface a través de envíos desde una serie de centros de distribución (CD), asignando cada zona de clientes a un centro exclusivamente.

Existen una cota inferior y otra superior para el número total de unidades que se transfieren a través de cada CD. Las localizaciones de los CD son conocidas, pero hay que decidir cuales de ellos serán seleccionados para minimizar los costes totales de distribución. Los costes asociados a cada uno de los CD son fijos (si se decide emplearlos) y variables (en función del número de unidades que circulan por ellos). Consideramos que los costes de transporte son todos lineales.

Formulación matemática del problema

Utilizaremos la siguiente notación:

i: índice para las mercancías
j: índice para las plantas
k: índice para los centros de distribución
l: índice para las zonas de demanda de los clientes

DATOS

S_{ij}: capacidad de producción de la mercancía i en la planta j
D_{il}: demanda de la mercancía i en la zona l
m_k y M_k: cotas inferior y superior para el número de mercancías que atraviesan el CD k
f_k: costes fijos anuales asociados a cada CD (alquiler, mantenimiento, …)
v_k: costes variables asociados a cada CD (por cada unidad de mercancía que llega)
p_{ijk}: coste de transportar una unidad de la mercancía i desde la planta j hasta el CD k
c_{ikl}: coste de transportar una unidad de la mercancía i desde el CD k hasta la zona l

VARIABLES DE DECISIÓN

x_{ijk}: unidades de la mercancía i enviadas desde la planta j hasta el CD k
y_{kl}: variable binaria que indica si el CD k atiende a la zona de clientes l
z_k: variable binaria que indica si el CD k se abre

Con todo ello, el modelo matemático queda:

$$\boxed{\begin{array}{l}
Min \sum_{i,j,k} p_{ijk} x_{ijk} + \sum_{k} \left(f_k z_k + v_k \sum_{i,j} x_{ijk} \right) + \sum_{i,k,l} c_{ikl} D_{il} y_{kl} \\
\sum_{k} x_{ijk} \le S_{ij} \ \text{Para todo } i, j \\
m_k z_k \le \sum_{i,j} x_{ijk} \le M_k z_k \ \text{Para todo } k \\
\sum_{k} y_{kl} = 1 \ \text{Para todo } l \\
\sum_{j} x_{ijk} = \sum_{l} D_{il} y_{kl} \ \text{Para todo } i,k \\
x_{ijk} \ge 0 \qquad y_{kl}, z_k \in \{0,1\}
\end{array}}$$

Ejemplo numérico

Consideremos un problema con dos productos, tres plantas, cuatro centros de distribución y cinco zonas de demanda:

Productos: A y B

Plantas: P1, P2 y P3

CD: CD1, CD2, CD3 y CD4

Clientes: C1, C2, C3, C4 y C5

Las capacidades de producción de cada mercancía en cada planta así como las demandas en cada zona son:

S_{ij}	P1	P2	P3
A	80	40	75
B	20	60	75

D_{il}	C1	C2	C3	C4	C5
A	25	30	50	15	35
B	25	8	0	30	30

Los costes fijos y de operación de los diferentes centros de distribución, así como la cantidad mínimas de mercancía debe pasar por cada CD y el máximo flujo de mercancía que pueden soportar son:

	CD1	CD2	CD3	CD4
f_k	100	150	160	139
v_k	0.5	0.4	0.5	0.8
m_k	50	30	50	50
M_k	100	120	100	120

Finalmente, los costes de transporte de cada producto entre las plantas y los centros de distribución y entre estos y las zonas de demanda vienen dados en las siguientes tablas:

	p_{ijk}	CD1	CD2	CD3	CD4
A	P1	1	3	3	5
	P2	4	4.5	1.5	3.8
	P3	2	3.3	2.2	3.2
B	P1	1	2	2	5
	P2	4	4.6	1.3	3.5
	P3	1.8	3	2	3.5

	c_{ikl}	C1	C2	C3	C4	C5
A	CD1	5	5	3	2	4
	CD2	5.1	4.9	3.3	2.5	2.7
	CD3	3.5	2	1.9	4	4.3
	CD4	1	1.8	4.9	4.8	2
B	CD1	5	4.9	3.3	2.5	4.1
	CD2	5	4.8	3	2.2	2.5
	CD3	3.2	2	1.7	3.5	4
	CD4	1.5	2	5	5	2.3

1) Resolver el problema de distribución multiproducto para estos datos.

2) Considerar que la empresa de transporte que realiza los envíos desde las plantas hasta los centros de distribución cobra, además del coste variable, un coste fijo de 10 u.m. por cada ruta contratada. Plantear y resolver la nueva situación.